

SZAKASZVIZSGA

9. ÉVFOLYAM

HALMAZOK

- Az A halmaz elemei a legalább -3 , de 4 -nél kisebb egész számok.
 - Sorolja fel az A halmaz elemeit!
 - Adja meg az A halmaz minden olyan részhalmazát, amelynek csak pozitív számok az elemei!
 - Adja meg az A halmaz minden olyan részhalmazát, amelynek minden eleme páros szám, de a 2 -t nem tartalmazza!
- Adott két halmaz:
 $A = \{\text{az egyjegyű prímszámok}\}$
 $B = \{15 - \text{nél kisebb páratlan természetes számok}\}$
Sorolja fel az alábbi halmazok elemeit!
 - $A \cap B$
 - $A \setminus B$
 - $B \setminus A$
- Két halmazról, A -ról és B -ről tudjuk, hogy $A \cup B = \{3; 5; 7; 10; 11; 18; 23\}$,
 $A \cap B = \{7; 23\}$, $A \setminus B = \{3; 11\}$
Adja meg elemeik felsorolásával az A és B halmazokat!
- Adott két intervallum: $A = [-2; 6]$ és $B = [-5; 4]$. Adja meg és ábrázolja számegyenesen a következő intervallumokat!
 - $A \cap B$
 - $A \cup B$
 - $A \setminus B$
 - $B \setminus A$
- Egy osztályban mindenki sportol: 16 -an atlétizálnak, 24 -en valamilyen labdajátékot űznek, az utóbbiak fele nem atlétizál.
 - Hányan vannak azok, akik mindkét sportágban aktívak?
 - Hányan vannak a csak atlétizálók?
 - Hányan járnak az osztályba?
- Egy iskola 125 tanulója közül angolul 98 -an, németül 59 -en, olaszul 32 -en tanulnak. Angolt és németet is 38 , angolt és olaszt is 26 , németet és olaszt is 5 tanuló, mindhárom nyelvet 3 tanuló tanulja.
 - A 125 tanuló közül hány tanuló tanul csak angolul, csak németül, illetve csak olaszul?
 - Hány tanuló nem tanul egyetlen nyelvet sem a 3 nyelvből?
 - Hányan tanulnak legalább 2 nyelvet?
 - Hányan tanulnak legfeljebb 2 nyelvet?
- Írja fel az $A = \{1; 2; 3; 4; 5\}$ halmaz összes kételemű részhalmazát!

GEOMETRIA I.

- Egy háromszög két oldala $3,5$ cm és $2,3$ cm. Mekkora lehet a harmadik oldala?
- Egy háromszög belső szögeinek aránya $5:7:12$. Határozza meg a háromszög belső és külső szögeit?

10. Egy egyenlő szárú háromszög egyik belső szöge 100° . Határozza meg a háromszög belső szögeit!
11. Döntse el, hogy a következő állítások közül melyik lehetetlen, melyik lehetséges, melyik biztosan igaz!
 - a) A háromszög súlyvonala felezi a háromszög egyik oldalát.
 - b) A háromszög belső szögfelezőinek metszéspontja a háromszög egyik oldalára esik.
 - c) A háromszög egyik oldalához tartozó magasságvonala felezi az oldalt.
 - d) A háromszög köré írt kör középpontja az oldalfelező merőlegesek metszéspontja.
12. Egy derékszögű háromszög befogói 28 cm és 45 cm hosszúak. Mekkora a háromszög köré írt körének sugara?
13. Egy egyenlő szárú háromszög szárai 58 cm hosszúak, az alapja 80 cm hosszú. Mekkora az alaphoz tartozó magasság?
14. Egy paralelogramma egyik szöge egy másik szögének négyszerese. Mekkora a paralelogramma szögei?
15. Egy rombusz alakú papírsárkány átlóiba merevítőrudakat teszünk, amelyeknek a hossza 80 cm és 120 cm. Mekkora a papírsárkány oldala?
16. Egy általános trapéz rövidebbik alapja 16 cm, a trapéz magassága 9 cm, szárai 15 cm és 20 cm hosszúak. Mekkora a trapéz területe?
17. Egy szimmetrikus trapéz párhuzamos oldalai 8 m és 18 m, szára 7 m. Mekkora a trapéz magassága?
18. Egy paralelogramma két szögének aránya 3 : 5. Mekkora a paralelogramma szögei?
19. Hány átlója van egy 12 oldalú konvex sokszögnek? Határozza meg a belső szögek összegét is!
20. Egy szabályos sokszög egy külső szöge 15° . Hány csúcsa van a sokszögnek?
21. Mekkora egy szabályos nyolcszög egy belső szögének nagysága?

ALAPMŰVELETEK, HATVÁNYOZÁS, NORMÁL ALAK

22. Írja fel két egész szám hányadosaként a $4 - \frac{3}{7}$ reciprokának értékét!
23. Az $a = \frac{1}{5}$ és $b = -\frac{3}{4}$ esetén számoljuk ki K értékét, ha

$$K = \frac{2a - b}{a + 2b}$$
24. Hányan laknak egy városban, ha egy fesztiválra a lakosság 18%-a, azaz 12960 ember ment el?
25. Egy 3600 Ft-os termék árát tavasszal 15%-kal felemelték, majd nyáron további 20%-kal növelték. Mennyiért vehetjük meg így ősszel?
26. Egy sportfelszerelés árát a nyári akció keretében 12000 Ft-ról 9500 Ft-ra csökkentették. Hány %-os volt az árengedmény? Válaszát egy tizedesjegyre kerekítve adja meg?
27. Egy cég vásárolt egy autót. Az autó az első évben 10%-ot, a következő évben 8%-ot veszített az értékéből, így most 3 847 500 Ft-ot ér. Mennyibe került eredetileg, azaz két évvel ezelőtt az autó?

28. Végezzük el a következő műveleteket!

$$\frac{(a^4)^5}{a^3 \cdot a^2} =$$

29. Írja fel a és b egész kitevőjű hatványának szorzataként a következő kifejezést!

$$\frac{(a^{-3} \cdot b^2)^{-4}}{a^{-5} \cdot b^6} =$$

30. Írja fel a következő hatványokat úgy, hogy ne szerepeljen bennük negatív kitevő!

$$\left(\frac{2}{5}\right)^{-4} =$$

31. Legyen $A = 4,5 \cdot 10^{107}$ és $B = 2,5 \cdot 10^{-238}$. Adja meg az $A \cdot B$ és az $\frac{A}{B}$ kifejezések normál alakját!

32. Végezze el a következő műveletet! A végeredményt normál alakban adja meg!

$$4,8 \cdot 10^{-23} \cdot 5,5 \cdot 10^{28}$$

ALGEBRAI KIFEJEZÉSEK

33. Alakítsa szorzattá a következő kifejezést!

$$5x^2y^3 - 15xy^5$$

34. Egyszerűsítse a következő algebrai törtet!

$$\frac{x-3}{x^2-3x}$$

35. Az x és y tetszőleges valós számokat jelölnek. Adja meg annak az egyenlőségnek a betűjelét, amely biztosan igaz (azonosság)!

a) $(x-y)^2 = x^2 - y^2$

b) $(x-y)^2 = x^2 - xy + y^2$

c) $(x-y)^2 = x^2 - 2xy + y^2$

d) $(x-y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$

36. Alakítsa szorzattá a következő kifejezéseket! (x valós szám)

a) $4x^2 - 1$

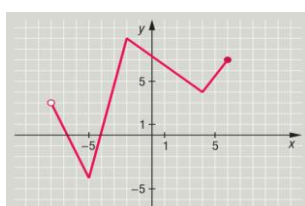
b) $4x^2 + 36x + 81$

37. Egyszerűsítse a következő algebrai törtet!

$$\frac{a^2 - 10a + 25}{a^2 - 25}$$

FÜGGVÉNYEK

38. Határozza meg az alábbi grafikonjával megadott függvény értelmezési tartományát, értékkészletét!



39. Ábrázolja koordináta-rendszerben azokat az $(x; y)$ pontokat, amelyek koordinátáira igaz a következő egyenlet!

$$y = \frac{1}{2}x + 3$$

40. Adja meg a következő, a valós számok halmazán értelmezett függvény zérushelyét!

$$x \rightarrow -5x + 4$$

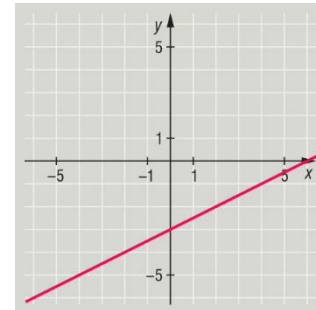
41. Válassza ki, melyik az ábrán látható egyenes egyenlete!

$$y = -2x - 3$$

$$y = -\frac{1}{2}x - 3$$

$$y = \frac{1}{2}x - 3$$

$$y = 2x - 3$$



A)

B)

C)

D)

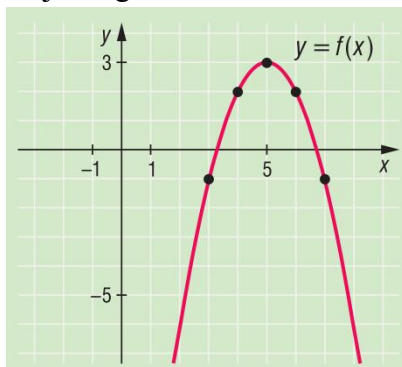
42. Adott $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = (x + 3)^2 - 4$ függvény.

Fogalmazza meg, hogy az f függvény milyen transzformációkkal származtatható a $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, g(x) = x^2$ függvény grafikonjából!

b) Ábrázolja az f függvényt a $]-5; 1]$ intervallumon!

c) Adja meg az f függvény zérushelyeit!

43. Adja meg a következő másodfokú függvények hozzárendelési utasítását!



44. Adott az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = -(x - 2)^2 + 3$ függvény.

a) Állapítsa meg a függvény maximumhelyét és maximumának értékét!

b) Ábrázolja a függvényt!

c) Adja meg a függvény monotonitási intervallumait az intervallumhoz tartozó monotonitással együtt!

STATISZTIKA

45. Határozza meg a következő adatsor terjedelmét, minimumát, maximumát!

5, 8, 2, 5, 1, 7, 2, 5, 1, 4, 9, 11, 6, 4, 8, 2, 3

46. Egy munkahelyen a diákmunkások életkorát vizsgálták. Sorban megkérdezték az ott dolgozó diákokat a korukról. A betöltött életkorra vonatkozóan a következő válaszok születtek: 18, 17, 15, 18, 18, 17, 20, 21, 19, 23, 16, 17, 21, 22, 16, 19, 15, 20, 21, 21, 16, 17, 18, 19, 18.

a) Készítse el az életkorok gyakorisági táblázatát!

b) Adja meg az életkorok relatív gyakoriságát!

47. Márk informatikajegyei a következők:

3, 4, 1, 4, 4, 3, 5, 5, 5, 2, 4, 4, 5, 2.

Döntse el, hogy az alábbi állítások közül melyik igaz, melyik hamis a felsorolt osztályzatokra!

a) Az osztályzatok módusza 4.

b) Az osztályzatok mediánja 5.

c) Az osztályzatok átlaga 3,8.

48. Hat szám számtani közepe 4,5, a számok közül ismerünk ötöt: 2, 5, 3, 7, 0. Mekkora a hatodik szám?

49. Határozza meg a következő adatsor szórását: 2, 3, 7, 9, 12!

50. Egy pólókat is forgalmazó üzletben az egyik hónapban összegezték, hogy fekete pólóból méret szerint hány darabot adtak el. Az eladott mennyiségekről kördiagramot készítettek.



a) Határozza meg a hiányzó adatokat, és töltsse ki a táblázatot!

b) Ha ugyanekkora havi összforgalom esetén mindegyik méretből ugyanannyit adtak volna el, akkor méretenként hány darab pólót adtak volna el?

c) Határozza meg az eladott pólók méretének móduszát!

51. Egy 32 fős osztályban felmérést végeztek arról, hogy az osztályba járó tanulók családjában hány gyerek van (testvérek nem járnak az osztályba). Azt tapasztalták, hogy ez a szám családonként legfeljebb 6. A kapott eredményeket a mellékelt táblázatba foglalták:

A gyerekek száma családonként	1	2	3	4	5	6
A válaszadók száma	6	15	9	1	0	1

Számolja ki, hogy az adott osztályba járó gyerekek családjában

a) átlagosan mennyi a gyerekek száma

b) mennyi a gyerekek számának módusza, mediánja

c) mennyi a gyerekek számának szórása!

GEOMETRIA II.

52. Döntse el, hogy az alábbi állítások közül melyik igaz, melyik hamis!

a) Nincs középpontosan szimmetrikus háromszög.

b) A négyzetnek nincs szimmetria-középpontja.

c) Van olyan trapéz, amelyik középpontosan szimmetrikus.

d) A szabályos ötszög középpontosan szimmetrikus.

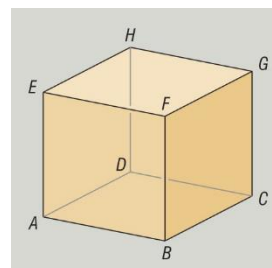
53. Milyen hosszú az a húr, amely egy 13 cm sugarú körben a középponttól 50 mm távolságban van?

54. Egy körben a 96 m hosszú húr 55 m-re van a kör középpontjától. Mekkora a kör átmérője?

55. Egy 26 cm átmérőjű kör középpontjától 85 cm távolságra lévő pontból érintőt húzunk a körhöz. Milyen hosszú ez az érintőszakasz?
56. Mekkora a 8 cm sugarú körben a 75° -os középponti szöghöz tartozó ív hossza?
57. Számolja ki a 65° -os középponti szöghöz tartozó körívk területét, ha a kör sugara 3,8 cm!
58. Mekkora középponti szög nyugszik azon a köríven, amelynek hossza a kör kerületének $\frac{5}{8}$ -a?
59. Egy 12 cm sugarú körben egy körív hossza 18 cm. Mekkora középponti szög tartozik a körívhez?
60. Mekkora a belső szögei annak a szabályos sokszögnek, amelyben a belső szögek összege 1440° ?

VEKTOROK

61. Az ABC háromszög két oldalvektora $\overrightarrow{AB} = \vec{b}$ és $\overrightarrow{AC} = \vec{c}$. Fejezze ki ezek segítségével a $\overrightarrow{BC}$ vektort!
62. Egy ABCD paralelogramma két oldalának vektora $\overrightarrow{AB} = \vec{b}$ és $\overrightarrow{AD} = \vec{d}$. Fejezze ki ezek segítségével az $\overrightarrow{AC}$ és $\overrightarrow{BD}$ vektorokat!
63. Egy ABCD négyzet átlóinak metszéspontja K. A négyzet két oldalvektora $\overrightarrow{AB} = \vec{b}$ és $\overrightarrow{AD} = \vec{d}$. Fejezze ki $\vec{b}$ és $\vec{d}$ segítségével a $\overrightarrow{KA}$ és $\overrightarrow{KB}$ vektorokat!
64. Az ábrán látható kocka élvektorai: $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AD} = \vec{b}$, $\overrightarrow{AE} = \vec{c}$.
- Adja meg ezekkel a vektorokkal kifejezve a következő vektorokat: $\overrightarrow{HD}$, $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{DB}$, $\overrightarrow{CE}$, $\overrightarrow{AG}$!
 - Írja fel az ábrából kiolvasható összes olyan vektort, amely egyenlő a következő vektorokkal: $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{AE}$, $\overrightarrow{AF}$!
 - Írja fel az ábrából kiolvasható összes olyan vektort, amely ellentétes a következő vektorokkal: $\overrightarrow{FG}$, $\overrightarrow{HD}$, $\overrightarrow{ED}$!



EGYENLETEK, EGYENLŐTLENSÉGEK, EGYENLETRENDSZEREK

65. Oldja meg az alábbi egyenletet a valós számok halmazán!
- $$5(x - 5) - 2(3x - 4) = 13 - 2x$$
66. Oldja meg az alábbi egyenletet az egész számok halmazán!
- $$\frac{2x - 3}{5} + \frac{x + 2}{2} = x + \frac{1}{2}$$
67. Oldja meg az alábbi egyenletet a természetes számok halmazán!
- $$\frac{5x - 2}{4} - \frac{2x + 3}{3} = -2$$
68. Oldja meg az alábbi egyenletet a racionális számok halmazán!
- $$(x - 4)^2 - x^2 = 10$$
69. Oldja meg az alábbi egyenletet az egész számok halmazán!
- $$(x + 3)^2 - (x - 2)^2 = 10x + 5$$

70. Oldja meg az alábbi egyenlőtlenséget a pozitív valós számok halmazán!
 $2 - 4(3x - 4) \geq 2(5 - 2x) - 4$
71. Melyek azok az egész számok, amelyek kielégítik mindkét egyenlőtlenséget?
 $8 - \frac{2x}{3} > x + 2$ és $6x + 4 \geq -4x + 24$
72. Oldja meg a következő egyenletrendszert, ahol x, y egész számok!
 $5x + 3y = 9$
 $4x - 2y = 16$
73. Oldja meg az egész számok halmazán a következő egyenletrendszert!
 $2x + 3y = -3$
 $4x - 2y = 6$
74. 15 dkg málna 108 forintba kerül. Ugyanebből a málnából hány kilogrammot vehetnénk 5400 forintért?
75. Egy üdítőitalokat előállító gyárban 8 egyforma gép 12 nap alatt gyártaná le a megrendelt mennyiségű üdítőt. Ha 2 géppel kevesebb dolgozna, hány nap alatt gyártaná le a többi gép ugyanezt a mennyiségű üdítőt?
76. Kati a szüleitől kapott 12 000 Ft-ot, amit ruhára, mozira és fagyira költött. Ezek aránya az összesen belül 8:5:3. Mennyit költött Kati mozira?
77. Egy családban az apa 3 évvel idősebb az anyánál, aki 3-szor idősebb a fiatalabb gyermekénél, aki viszont 5 évvel fiatalabb a testvérénél. Négyen együtt 128 évesek. Hány évesek külön - külön?
78. 11 ceruza annyiba kerül, mint 7 füzet, 7 ceruza ára pedig 720 Ft-tal kevesebb, mint 11 füzet ára. Mennyibe kerül 5 ceruza és 9 füzet összesen?
79. Egy kétjegyű szám számjegyeinek összege 15. Ha a számot és a számjegyek felcserélésével kapott, az eredetinél kisebb számot összeszorozzuk, szorzatul 6786-ot kapunk. Melyik volt az eredeti kétjegyű szám?
80. Egy üzletben háromféle palackozott ecet van a polcon: 12 db 10%-os, 8 db 15%-os és 5 db 20%-os. Mindegyiket azonos csomagolásban, 1 literes kiszérésben árusítják. Hány százalékos ecetet kapnánk, ha a polcon levő összes ecetet összeöntenénk?

10. ÉVFOLYAM

KOMBINATORIKA

81. Hány különböző 7 jegyű szám képezhető a 2,4,5,6,7,8,0 számjegyekből, ha minden számjegyet csak egyszer használhatunk fel?
82. Minden matematika óra elején felel az osztály 5 tanulója. Ma Eszter, Linda, Vanessza, Vivien és Márk került sorra.
a) Hányféle sorrendben felelhetnek?
b) A tanár Márkot felelteti először. A lányok hányféle sorrendben felelhetnek Márk után?
c) Linda Eszter után szeretne felelni. Ekkor hányféle sorrendben felelhet az öt diák?
83. Hányféle sorrendbe írhatjuk le az ANAGRAMMA szó betűit?
84. Számkártyákkal játszunk. A következő értékű kártyáink vannak: 1, 3, 3, 4, 4, 4, 5. Ha mind a hét kártyát egymás mellé helyezzük, akkor hányféle „számhetest” képezhetünk? Ezekből a „hétjegyű számokból” hány lesz 5 – tel osztható?

85. A cukrászdában 12 féle fagyaltot lehet kapni. Hányféleképpen választhatom ki a három különböző gombócot, ha a fagyik sorrendje számít?
86. Hány darab különböző számjegyekből álló 3 jegyű szám képezhető a 0, 1, 2, 3, 4 számjegyek felhasználásával?
87. Egy pénzérmét négyszer egymás után feldobunk. Hányféle kimenetele lehet a dobássorozatnak?
88. Az iskola végzős tanulói próbaérettségire jelentkeztek matematikából. Minden tanuló egy olyan 3 jegyű kódszámot kapott, amely az 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 számjegyekből három különbözőt tartalmaz.
- Hány különböző kódszámot tudnak kiosztani?
 - Hány kódszámot tudnának kiosztani abban az esetben, ha a háromjegyű kódok állhatnának azonos jegyekből is?
89. Az iskolai diákbizottságba a 30 fős osztályból 3 embert delegálhatunk. Hányféleképpen választhatjuk ki a képviselőket?
90. Az osztályunkba 14 fiú és 16 lány jár. A focicsapatba 7 fiút, a szurkolócsapatba 6 lányt választanak ki véletlenszerűen a testnevelők. Hányféleképpen tehetik ezt meg?
91. 10 fiú kosarazni megy. Hányféleképpen alkothatnak két 5 fős csapatot?
92. 9 lány moziba megy és egy sorban egymás mellé vásárolnak mozijegyet.
- Hányféleképpen oszthatják el egymás között az egymás mellé szülő kilenc jegyet?
 - Hányféleképpen ülhet le a 9 lány az adott 9 helyre, ha Olgi és Luca egymás mellett szeretnének ülni?
 - Kati és Zsófi nem akarnak egymás mellett ülni, mert összevesztek Ákos miatt. Így hányféle sorrendben ülhetnek le a megadott helyekre?
 - Éva, Reni és Szilvi még itt is beszélgetni szeretnének, tehát mindenképpen egymás mellett szeretnének ülni. Ekkor hányféle ültetés lehet?

NÉGYZETGYÖKVONÁS

93. Milyen valós számokra értelmezhető a következő kifejezés?

$$\sqrt{2x - 7}$$

94. Melyik szám a nagyobb? Válaszát indokolja!

$$A = \frac{\sqrt{130}}{\sqrt{10}} \text{ vagy } B = \sqrt{7} \cdot \sqrt{2}$$

95. Végezze el a következő műveleteket! Válaszát indokolja!

$$a) \sqrt{48} - \sqrt{243} + \sqrt{108}$$

$$b) (\sqrt{18} - \sqrt{50} + 2\sqrt{98}) \cdot 3\sqrt{2}$$

96. Írja fel a $\sqrt{5} + 2$ szám reciprokát!

97. Melyik szám a nagyobb? Válaszát indokolja!

$$a) A = 3 \cdot \sqrt[4]{5} \text{ vagy } B = 2 \cdot \sqrt[4]{25}$$

$$b) A = \sqrt[3]{6} \cdot \sqrt{5} \text{ vagy } B = \sqrt{6} \cdot \sqrt[3]{5}$$

MÁSODFOKÚ EGYENLETEK, EGYENLŐTLENSÉGEK

98. Melyek azok a valós számok, amelyekre igaz az, hogy

$$x^2 - 5x + 6 = 0?$$

99. Oldja meg a következő egyenleteket az egész számok halmazán!

a) $(x + 3)^2 + 11 = 4(x + 5)$

b) $(x + 2) \cdot (x - 3) - 2(x + 4) + 10 = 0$

100. Alakítsa szorzattá a következő kifejezést!

$$x^2 + 8x + 15$$

101. Határozza meg a következő másodfokú egyenlet diszkriminánsát!

$$2x^2 - 3x - 8 = 0$$

102. Írjon fel olyan másodfokú egyenletet, amelynek gyökei 2 és -4!

103. Oldja meg a valós számok halmazán a következő egyenlőtlenséget, és ábrázolja a megoldást számegyenesen!

$$2x^2 + 5x - 12 \geq 0$$

104. Oldja meg a valós számok halmazán a következő egyenlőtlenséget, és ábrázolja a megoldást számegyenesen!

$$-6x^2 + x + 1 < 0$$

105. Oldja meg a következő egyenletet a valós számok halmazán!

$$\sqrt{x - 3} = 4$$

106. Oldja meg a következő egyenletet a valós számok halmazán!

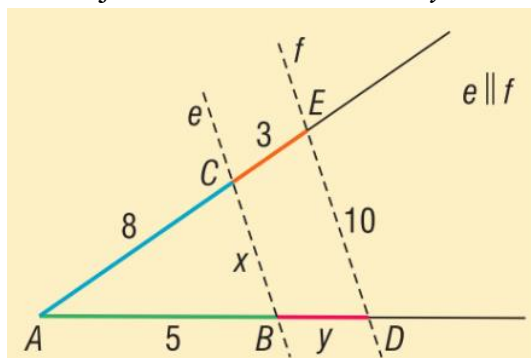
$$\sqrt{2x - 3} = 3 - x$$

107. Egy érettségiző osztályban mindenki készített ajándékot minden osztálytársának. Mekkora az osztálylétszám, ha 870 ajándék cserélt gazdát?

108. Egy tört nevezője 1-gyel nagyobb a számlálójánál. Ha a számlálót 2-vel csökkentjük, a nevezőt pedig 5-tel növeljük, akkor a tört értéke a negyedére csökken. Melyik ez a törtszám?

HASONLÓSÁG

109. Számolja ki az ábrán látható x és y szakaszokat, ha az e és f egyenesek párhuzamosak!



110. Egy földterület az 1:30000 arányú térképen olyan téglalap, amelynek oldalai 0,23 cm és 0,42 cm hosszúak. Hány méter hosszúak a földterület oldalai a valóságban?

111. Két négyzet alakú kert teljes körülkerítéséhez szükséges kerítések hosszának aránya $\frac{2}{3}$. Hányszorosa a nagyobb kert területe a kisebb kert területének?

112. Egy ABC háromszög területe 25-szöröse a PQR háromszög területének. A két háromszög hasonló egymáshoz. Tudjuk még azt is, hogy az ABC háromszög oldalai 6 cm, 8 cm, 12 cm hosszúak. Határozza meg a PQR háromszög oldalainak hosszát!
113. Hányszorosára nő egy gömb térfogata, illetve felszíne, ha a gömb sugarát négyszeresére növeljük?
114. Hányadrésére csökken egy kocka oldaléle, illetve térfogata, ha felszínét a negyedére csökkentjük?

HEGYESSZÖGEK SZÖGFÜGGVÉNYEI

115. Egy derékszögű háromszög átfogója 4,3 cm hosszú, az egyik hegyesszöge $25,5^\circ$. Hány centiméter hosszú a szög melletti befogó? Készítsen vázlatot az adatok feltüntetésével! Válaszát számítással indokolja, és egy tizedesjegyre kerekítve adja meg!
116. Egy derékszögű háromszög átfogója 13 cm hosszú, egyik szöge 62° . Hány centiméter hosszú a 62° -os szöggel szemkötti befogó? A választ két tizedesjegyre kerekítve adja meg!
117. Egy derékszögű háromszög egyik befogójának hossza 4 cm, a vele szemkötti szög $28,5^\circ$. Mekkora a másik befogó? Készítsen vázlatot, és válaszát számítással indokolja!
118. Egy derékszögű háromszög befogói 7 cm és 12 cm hosszúak. Mekkora a háromszög hegyesszögei? A válaszokat egy tizedesjegyre kerekítve adja meg!
119. Egy derékszögű háromszög egyik befogója 15 cm, az átfogója 17 cm hosszú. Mekkora a háromszög hegyesszögei? Válaszát egész fokra kerekítve adja meg!
120. Egy egyenlő szárú háromszög alapja 10 cm, a szára pedig 7 cm hosszú. Hány fokok a háromszög alapon fekvő szögei? A szögek nagyságát egész fokra kerekítve adja meg! Válaszát indokolja!
121. Egy egyenlő szárú trapéz egyik alapjának hossza 7 cm, ezen az alapon fekvő szögei 60° -osak. A trapéz szárai 4 cm-esek. Számítsa ki a másik alap hosszát! Készítsen ábrát, számítását részletezze!
122. Egy torony árnyéka vízszintes talajon négyszer olyan hosszú, mint a torony magassága. Hány fokok szöget zár be ekkor a Nap sugara a talajjal? A keresett szöget fokban, egészre kerekítve adja meg!
123. Egy hegy nyugati lejtője 3 km hosszú és 25° -os szöget zár be a vízszintessel. A keleti lejtő 5 km hosszú. Milyen magas a hegy és mekkora szöget zár be a keleti lejtő a vízszintessel?
124. Egy téglalap 54 mm-es átlója 3 : 7 arányban osztja a téglalap egyik belső szögét. Számolja ki a téglalap területét!

VALÓSZÍNŰÉGSZÁMÍTÁS

125. Adja meg annak a valószínűségét, hogy a $-3; 4; 5; -1; 0; 2; 6; 9; -6; 10$ számok közül egyet véletlenszerűen kiválasztva a kiválasztott szám nem pozitív!
126. Egy futóverseny döntőjébe bejutott 20 versenyző 1-től 20-ig terjedő rajtszámot kapott. Mennyi a valószínűsége, hogy olyan versenyző győz, akinek a rajtszáma prímszám? A versenyen nem volt holtverseny.

127. Egy szabályos pénzérmét egymás után kétszer feldobunk. Mekkora a valószínűsége annak, hogy pontosan egy fejet dobunk?
128. Egy szabályos pénzérmét egymás után háromszor feldobunk. Mekkora a valószínűsége annak, hogy több fejet dobunk, mint írást?
129. Egy szabályos dobókockával kétszer dobunk, a kapott számokat összeszorozzuk. Mekkora az esélye annak, hogy a szorzat pontosan 12?
130. Egy piros és egy kék szabályos dobókockával egyszerre dobunk. Képezzünk kétjegyű számokat úgy, hogy a piros kockával dobott szám álljon a tízes, a kék kockával dobott szám pedig az egyes helyiértéken. Mekkora az esélye annak, hogy a szám legalább 20?
131. A naplóba beírt 32 tanulót 1-től 32-ig sorszámmal látjuk el. Minden héten 2 tanuló a hetes, akiket az osztályfőnök véletlenszerűen választ ki. Mekkora a valószínűsége annak, hogy egy adott héten mindkét tanuló sorszáma 6-tal osztható?
132. A cukrászversenyen 8 fiú és 12 lány indul az iskolából. A versenyt a diákokból álló zsűri 5 azonos értékű könyvutalvánnyal jutalmazza úgy, hogy minden jutalmazott csak egy utalványt kaphat. Mennyi annak a valószínűsége, hogy 2 fiút és 3 lányt jutalmaznak?
133. Egy szabályos pénzérmét 10-szer dobunk fel egymás után. Mennyi annak a valószínűsége, hogy pontosan 4-szer dobunk fejet?
134. Egy célbadobó-versenyen 0,93 annak a valószínűsége, hogy valaki eltalálja a céltárgyat. Számítsa ki annak a valószínűségét, hogy 5 dobásból 3 találata van!

11. ÉVFOLYAM

RAC. KITEVŐJŰ HATVÁNYOK, EXPONENCIÁLIS EGYENLETEK, LOGARITMUS FOGALMA

135. a) A 2-nek hányadik hatványa az $\frac{1}{\sqrt{4}}$?
 b) A 3-nak hányadik hatványa a $\sqrt[4]{3}$?
 c) A 4-nek hányadik hatványa az $\frac{\sqrt[5]{4} \cdot \sqrt[3]{4^5}}{4^{-\frac{1}{2}}}$?
 d) Az 5-nek hányadik hatványa az $\frac{5^2 \cdot \sqrt[3]{5^4} \cdot 5^{\frac{1}{6}}}{5^{-\frac{3}{4}} \cdot \sqrt{5^{13}}}$?
136. Hányadik hatványa a 2-nek a következő szám? Válaszát indokolja!
- $$\frac{\sqrt{2} \cdot \sqrt[3]{16} \cdot \sqrt{8^{-2}}}{\sqrt[3]{64}}$$
137. Oldja meg a következő egyenletet a valós számok halmazán!
- $$3^{x+4} = \frac{1}{81}$$
138. Oldja meg a következő egyenletet a pozitív valós számok halmazán!
- $$2^x \cdot 8 = 4^{2x-3}$$
139. Oldja meg a következő egyenletet a valós számok halmazán!
- $$4^{x+1} - 3 \cdot 4^{x-1} = 52$$
140. Oldja meg a következő egyenletet a természetes számok halmazán!

$$5^{x^2-2x-12} = 125$$

141. Oldja meg a következő egyenletet a valós számok halmazán!

$$3 \cdot 9^x - 28 \cdot 3^x + 9 = 0$$

142. Oldja meg a következő egyenletet az egész számok halmazán!

$$4^x - 2^{x+1} - 8 = 0$$

143. Adja meg a következő kifejezések értelmezési tartományát!

a) $\log_3(x - 5)$

b) $(5x - 2) - \log_2(x + 4)$

144. Adja meg a következő kifejezések pontos értékét!

a) $\log_3 27$

b) $\log_2 \frac{1}{64}$

c) $\log_4 \frac{1}{2}$

145. Adja meg x pontos értékét!

a) $\log_2 x = 3$

b) $\log_4 x = \frac{1}{2}$

c) $\log_{\frac{1}{3}} x = -2$

d) $\log_{\frac{1}{8}} x = -\frac{1}{3}$

SZINUSZTÉTEL, KOSZINUSZTÉTEL

146. Határozza meg a háromszög hiányzó adatait (oldalait tized centiméterre, és szögeit tized fokra kerekítve), ha a

a) háromszög két oldalának hossza 80 cm, illetve 52 cm, a két oldal által közbezárt szög $35^\circ 24'$

b) oldalai 25 cm, 15 cm és 1,8 dm hosszúak

c) két oldala 8 cm és 10 cm hosszú, a 10 cm-es oldallal szemközi szög 75°

d) egyik oldala 12 cm, a rajta fekvő két szöge 23° és 84° !

147. Egy rombusz oldalai 12 cm hosszúak, az egyik szöge 38° . Mekkora a rombusz átlói?

148. Egy trapéz alapjai 130 m, illetve 86 m, míg szárai 38 m, illetve 56 m hosszúak.

Számolja ki a trapéz szögeit!

149. Egy konvex deltoid két oldala 14 cm és 18 cm hosszú, az általuk közbezárt szög 120° .

Mekkora a deltoid szimmetriaátlója? Határozza meg a deltoid ismeretlen szögeinek nagyságát!

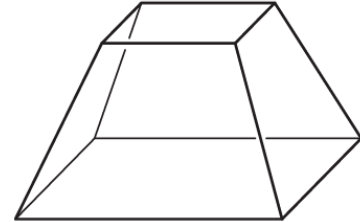
ÖSSZETETT FELADATOK

150. Egy édesipari cég olyan dobozba csomagolja az egyik termékét, amelynek az alakja négyoldalú szabályos csonkagúla.

a) A cég úgy dönt, hogy a doboz fedőlapját és az oldallapokat kék, zöld, lila vagy sárga színűre színezik olyan módon, hogy a szomszédos oldallapok különböző színűek. Hány különböző doboz készíthető e négy szín használatával? (Minden lap egyszínű, az alaplapp fehér, a doboz mérete adott, és két dobozt különbözőnek tekintünk, ha forgatással nem vihetők egymásba.)

b) Dönts el az alábbi állításról, hogy igaz vagy hamis! Indokold a válaszodat! Ha egy test csonkagúla, akkor van két olyan lapja, amelyek területe különböző.

c) Fogalmazd meg a b)-ben megadott állítás megfordítását, és add meg a logikai értékét! Indokold a válaszodat!



151. Egy dobókockát egymás után háromszor feldobunk. Ha a dobások sorrendjét is figyelembe vesszük, akkor hányféleképpen fordulhat elő, hogy

- a) mindegyik esetben ugyanazt a számot dobjuk;
- b) három különböző számot dobunk;
- c) a három szám között pontosan kettő ugyanaz;
- d) a dobott pontok összege 16?

152. Egy zsákban 30 darab számozott golyó van. Az 1-től 10-ig számozott golyók színe fehér, a 11-től 20-ig számozottak színe fekete, és a 21-től 30-ig számozottak színe zöld. A golyók tapintásra egyformák. Becsukott szemmel, visszatevés nélkül kihúzzunk a zsákból néhány golyót. A kihúzott golyók sorrendje nem számít. (Két húzás azonos, ha ugyanazokat a golyókat húztuk ki.)

- a) Hány golyót kell kihúzni a zsákból, hogy biztosan legyen a kihúzott golyók között fekete vagy fehér?
- b) Hány golyót kell kihúzni a zsákból, hogy biztosan legyen a kihúzott golyók között fekete és fehér?

- c) Öt golyót húzunk ki. Hány olyan húzás van, amelyben mindegyik golyó fehér?
- d) Öt golyót húzunk ki. Hány olyan húzás van, amelyben a golyók közül legalább kettő fehér?
- e) Öt golyót húzunk ki. Hány olyan húzás van, amelyben a golyók közül pontosan kettő fehér, és pontosan kettőn 10-zel osztható szám áll?

	Anna	Béla	Cili	Dani	Ede	Feri
Anna		Anna			Ede	Feri
Béla			Béla	döntetlen		
Cili				Dani		Cili
Dani					döntetlen	
Ede						Feri
Feri						

153. Egy sakkversenyt körmérkőzéses rendszerben bo nyolítanak le, azaz mindenki mindenkivel pontosan egy partit játszik.

Név	Anna	Béla	Cili	Dani	Ede	Feri
Pontszám						

Táblázatba foglaltuk, hogy eddig ki kivel

játszott, a partit ki nyerte, vagy a parti döntet lenre végződött. (Például a táblázatba dőlt betűvel írt Anna azt jelenti, hogy Anna és Béla már játszott egy mással, és azt a partit Anna nyerte.)

- a) A versenyen hetente egy fordulót rendeznek meg. Egy fordulóban mindenki pontosan egy partit játszik. Hány forduló van még hátra a versenyből?
- b) A győzelemért 1 pont, a döntetlenért 0,5 pont, a vesztes partiért 0 pont jár. Kinek hány pontja van a verseny jelenlegi állásában?

154. Hány olyan hatjegyű szám van,

- a) amelyben szerepel a nyolcas számjegy;
- b) amely háromféle számjegyet tartalmaz, mindegyik számjegyből kettőt;
- c) amelyben a számjegyek különbözők, és növekvő sorrendben követik egymást?

155. Egy 30 fős érettségiző osztályban 18 tanulónak van középfokú nyelvvizsgálója angol nyelvből vagy német nyelvből, közülük 3 tanulónak mindkét nyelvből. Az angol nyelvvizsgálóval rendelkezők száma kétszerese a német nyelvvizsgálóval rendelkező tanulók számának. Más nyelvből nem tett senki nyelvvizsgát az osztályban.

- a) Hány tanulónak van német nyelvből középfokú nyelvvizsgálója?
- b) Hányféleképpen választható ki az osztály tanulói közül négy úgy, hogy legalább kettőnek legyen nyelvvizsgálója, ha a kiválasztás sorrendje nem számít?

c) Hányféle sorrendben hívhatják be a szóbeli érettségi vizsgára a diákokat, ha először azokat hívják, akiknek két nyelvvizsgájuk van, utána azokat, akiknek egy, végül azokat, akiknek nincs nyelvvizsgájuk?

156. A Földön, a tengerszinten mért légnyomás értéke közelítőleg $p_0 = 10^5$ Pa (pascal). A légnyomás mértékét a tengerszinttől h km magasságban a $p = p_0 \cdot 2,718^{-0,1275h}$ összefüggés adja meg.

a) Mekkora a légnyomás a tengerszint fölött 100 méterrel?

b) A tengerszint fölött milyen magasságban lesz a légnyomás értéke $0,9 \cdot 10^5$ Pa?

157. Két hajó, az AngryMan és a BigBlue ugyanabból a kikötőből indul útra március 1-én. Ezt követően ugyanebből a kikötőből az AngryMan 18 naponként, a BigBlue pedig 20 naponként indul újra útjára, majd mindig újra visszatér.

a) Ugyanebben a naptári évben melyik napokon fognak ismét együtt indulni a kikötőből?

b) A két hajó egyik alkalommal ugyanabban az irányban, egy mással párhuzamos útvonalon indul el. Az AngryMan éppen délben 35 km/h cel, 45 km/h sebességgel, a BigBlue azt követően 45 perc sebességgel indul. Hány óra múlva és milyen távolság megtétele után éri utol a BigBlue a másik hajót?

c) Az AngryMan hajóskapitánya és kormányosa életkorainak összege 92 év. Ha az életkoruk összege megduplázódik, akkor a kapitány 4 év híján 100 éves lesz. Hány évesek jelenleg?

158. A sarki boltban egy állattartó minden héten 5 doboz macska eledel-konzervet és 3 doboz kutyaeledel-konzervet vásárol, és minden alkalommal 2250 forintot fizet. Árváltozások miatt a macskaeledel 20%-kal olcsóbb, a kutyaeledel pedig 10%-kal drágább lett, de az állattartó továbbra is 2250 forintot fizet a 8 doboz konzervért.

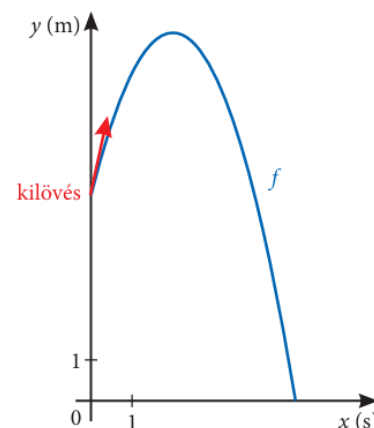
a) Mennyibe került eredetileg egy-egy konzerv? A bolt tulajdonosa a riasztóberendezés kódjaként mindig olyan négyjegyű számot választ, amelynek prímtényezőinek felbontásában szerepel mindegyik egyjegyű prímszám.

b) Van-e olyan számjegy, ami benne van minden ilyen módon megalkotható kódban?

c) Adj meg négy lehetséges kódszámot!

d) Van-e a lehetséges kódok között négyzetszám?

159. Az ábrán egy ferdén kilőtt, parabolapályán haladó test mozgását jelenítettük meg. A kilövés az időmérés kezdetén ($x = 0$ s) történt a talajszintnél magasabban lévő helyről. Az x tengelyen az eltelt időt (1 másodperc 1 egység), az y tengelyen a test talajtól mért magasságát (1 méter 1 egység) mérjük. A pályagörbét leíró függvény $f(x) = -(x - 2)^2 + 9$.



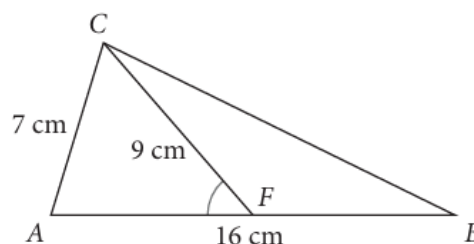
- Igazold, hogy a test a kilövéskor 5 méter magasban volt!
- A kilövéstől számítva mennyi idő múlva éri el a test a pálya legmagasabb pontját? Milyen távol van ekkor a talajtól?
- A kilövéstől számítva hány másodperc múlva lesz a test 8 méter magasban?
- A kilövéstől számítva hány másodperc múlva érkezik a talajra a test?

160. Egy háromszög egyik oldala 8,5 cm hosszú, a rajta fekvő két szög 50° -os, illetve 66° -os.

- Mekkora szögben látszanak a háromszög oldalai a beírt kör középpontjából?
- Mekkora a háromszög másik két oldala?
- Mekkora a háromszög területe?

161. Egy háromszög két oldalának hossza 16 cm, illetve 7 cm. A 16 cm-es oldalhoz tartozó súlyvonal hossza 9 cm.

- Mekkora a súlyvonal és a 16 cm-es oldal által bezárt szög?
- Mekkora a háromszög harmadik oldala?
- Mekkora területű részekre osztja a háromszöget a súlyvonal?



162. Egy középiskola évfolyamonként három osztályt indít: egy nyelvi, egy matematikai és egy informatikai tagozatot. Az egyes évfolyamokon az egyes osztályokba járó tanulók számát a táblázat szemlélteti:

	9. évfolyam	10. évfolyam	11. évfolyam	12. évfolyam	
Nyelvi tagozat	36	33	30	28	
Matematika tagozat	34	33	29	31	
Informatikai tagozat	35	34	34	30	

- a) Készíts kördiagramot, amely a diákok évfolyamonkénti eloszlását ábrázolja! Egy tizedesjegy pontossággal határozd meg a kördiagramon a középponti szögeket!
- b) Mennyi a valószínűsége, hogy két véletlenszerűen kiválasztott diák közül az egyik a 9., a másik a 11. évfolyamra jár?
- c) Mennyi a valószínűsége, hogy három véletlenszerűen kiválasztott diák mindegyike nyelvi tagozatra jár?

163. Egy népszavazáson arról dönthettek a szavazók, hogy városukban park, bevásárlóközpont vagy hangversenyerem épüljön; a három lehetőség közül mindenki egyet választhatott. A lakosság 54,6%-a szavazott, a szavazata mindenki nek érvényes volt. A szavazás eredményének néhány részletét életkori csoportok szerint mutatjuk be:

Korcsoport	A szavazók száma (ezer fő)	Parkra szavazott	Bevásárlóközpontra szavazott	Hangversenyeremre szavazott
18–27	21	27%	57%	
28–37	32	48%		15%
38–47	28	15%	53%	
48–57	35		25%	25%
58–67	16	24%	50%	
68 évtől	45		30%	26%

- a) Hány lakosa van ennek a városnak?
- b) Melyik terv nyerte meg a népszavazást?
- c) Hányan szavaztak az egyes tervekre az 57 évnél idősebbek közül?

164. Egy nagyvállalat vezetősége összesítést készített arról, hogy a dolgozói között az egyes korcsoportokon belül mennyi a felsőfokú végzettségű dolgozók aránya (relatív gyakorisága).

Életkor	Létszám	A diplomás dolgozók	
		relatív gyakorisága	gyakorisága
20 év alatt	420	0	
20–29	3645	0,75	
30–39	5280	0,53	
40–49	7013	0,32	
50–59	4339	0,42	
60 évtől	2106	0,95	

- Hányan dolgoznak ennél a vállalatnál?
- Töltsd ki az üresen maradt rovatokat!
- Mennyi a dolgozók között a diplomások relatív gyakorisága?
- Mennyi a diplomások relatív gyakorisága a 30 év alattiak között?
- Mennyi annak a valószínűsége, hogy egy véletlenszerűen kiválasztott dolgozó 30 és 49 év közötti diplomás?
- Ha véletlenszerűen kiválasztunk három dolgozót, akkor mennyi a valószínűsége, hogy ketten 30 és 49 év közöttiek, és egyikük 60 évnél idősebb?

165.

Adat	4	4,3	4,5	4,8	5
Gyakoriság	2	4	9	7	3

- Határozd meg a táblázatba foglalt adatsokaság átlagát és szórását!
- Készíts oszlopdiagramot az adatsokaságról!
- Ha véletlenszerűen kiválasztunk az adatsokaság elemei közül visszatevés nélkül 8 adatot, akkor mennyi a valószínűsége, hogy legfeljebb két adat kisebb, mint 4,4?